

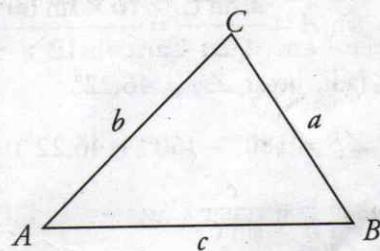
5. Diketahui koordinat kutub $P(2\sqrt{2}, 135^\circ)$, maka koordinat Cartesiusnya adalah
- $(4, -4)$
 - $(-4, 4)$
 - $(2, -2)$
 - $(-2, 2)$
 - $(-1, 1)$
6. Diketahui koordinat kutub $P(1, 210^\circ)$, maka koordinat Cartesiusnya adalah
- $(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\sqrt{3})$
 - $(-1, -\frac{1}{2}\sqrt{3})$
 - $(-\frac{1}{2}\sqrt{3}, -2)$
 - $(-\sqrt{3}, -1)$
 - $(-\frac{1}{2}\sqrt{3}, -\frac{1}{2})$
7. Bentuk sederhana dari $2 \cdot \sin^2 A + 2 \cdot \cos^2 A$ adalah
- 0
 - 1
 - 2
 - $\sin^2 A$
 - $\cos^2 A$
8. Bentuk sederhana dari $\cot A \cdot \sin A$ adalah
- $\sin A$
 - $\cos A$
 - $\tan A$
 - $\sec A$
 - $\operatorname{cosec} A$
9. Bentuk sederhana dari $(\sin A - \cos A)^2 + 2 \cdot \sin A \cdot \cos A$ adalah
- 1
 - 2
 - $\sin A$
 - $\cos A$
 - $\tan A$
10. Bentuk $2 \cdot \sin^2 A - 1$ memiliki nilai yang sama dengan bentuk
- $\sin^2 A$
 - $\cos^2 A$
 - $\tan^2 A$
 - $1 - 2 \cdot \cos^2 A$
 - $2 - 2 \cdot \cos^2 A$

C. Aturan Sinus dan Cosinus serta Luas Daerah Segitiga

1. Aturan Sinus

Pada setiap segitiga sembarang berlaku *aturan sinus*. Untuk segitiga ABC seperti pada Gambar 4.6 berlaku aturan sinus sebagai berikut:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$



Gambar 4.6
Segitiga ABC.

Contoh 4.10

Diketahui segitiga ABC dengan sudut $A = 30^\circ$, sudut $B = 45^\circ$, dan sisi $b = 10$ cm. Tentukan:

- sudut C
- panjang a
- panjang c

Jawab:

a. $\angle C = 180^\circ - (30^\circ + 45^\circ) = 105^\circ$

b. $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$

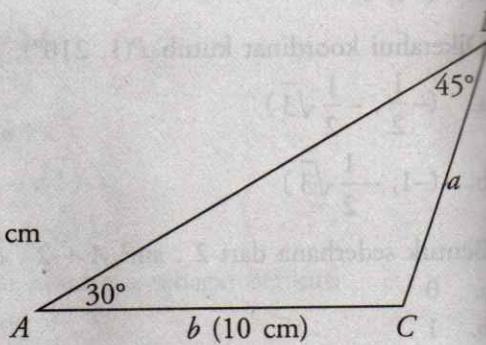
$$\frac{a}{\sin 30^\circ} = \frac{10}{\sin 45^\circ}$$

$$a = \frac{10 \times \sin 30^\circ}{\sin 45^\circ} = \frac{10 \times \frac{1}{2}}{\frac{1}{2}\sqrt{2}} = \frac{10}{\sqrt{2}} = \frac{10}{2}\sqrt{2} = 5\sqrt{2} \text{ cm}$$

c. $\frac{c}{\sin C} = \frac{b}{\sin B}$

$$\frac{c}{\sin 105^\circ} = \frac{10}{\sin 45^\circ}$$

$$c = \frac{10 \times \sin 105^\circ}{\sin 45^\circ} = \frac{10 \times 0,996}{0,707} = 13,66 \text{ cm}$$



Contoh 4.11

Diketahui segitiga ABC dengan sisi $a = 10$ cm, sisi $c = 12$, dan sudut $C = 60^\circ$. Tentukan:

- a. sudut A
- b. sudut B
- c. panjang b

Jawab:

a. $\frac{a}{\sin A} = \frac{c}{\sin C}$

$$\sin A = \frac{a \sin C}{c} = \frac{10 \times \sin 60^\circ}{12} = \frac{10 \times 0,866}{12} = 0,722$$

Jadi, besar $\angle A = 46,22^\circ$.

b. $\angle B = 180^\circ - (60^\circ + 46,22^\circ) = 73,78^\circ$

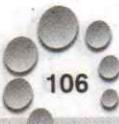
c. $\frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$

$$b = \frac{c \sin B}{\sin C} = \frac{12 \times \sin 73,78^\circ}{\sin 60^\circ} = \frac{12 \times 0,960}{0,866} = 13,30 \text{ cm}$$

2. Aturan Cosinus

Pada setiap segitiga sembarang berlaku *aturan cosinus*. Untuk segitiga ABC pada Gambar 4.6 berlaku aturan cosinus sebagai berikut:

- a. $a^2 = b^2 + c^2 - 2.b.c.\cos A$
- b. $b^2 = a^2 + c^2 - 2.a.c.\cos B$
- c. $c^2 = a^2 + b^2 - 2.a.b.\cos C$



$$d. \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2 \cdot b \cdot c}$$

$$e. \cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2 \cdot a \cdot c}$$

$$f. \cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2 \cdot a \cdot b}$$

Contoh 4.12

Tentukan panjang sisi ketiga suatu segitiga, jika diketahui:

$$a. a = 10 \text{ cm}, b = 12 \text{ cm}, \text{ dan sudut } C = 60^\circ$$

$$b. a = 6 \text{ cm}, c = 4 \text{ cm}, \text{ dan sudut } B = 45^\circ$$

Jawab:

$$a. c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos C$$

$$c^2 = 10^2 + 12^2 - 2 \times 10 \times 12 \cos 60^\circ$$

$$c^2 = 10^2 + 12^2 - 2 \times 10 \times 12 \times \cos 60^\circ$$

$$c^2 = 100 + 144 - 240 \times 0,5$$

$$c^2 = 244 - 120 = 124$$

$$c = \sqrt{124} = 11,14 \text{ cm}$$

$$b. b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos B$$

$$b^2 = 6^2 + 4^2 - 2 \times 6 \times 4 \times \cos 45^\circ$$

$$b^2 = 36 + 16 - 48 \times 0,707$$

$$b^2 = 52 - 33,94 = 18,06$$

$$b = \sqrt{18,06} = 4,25 \text{ cm}$$

Contoh 4.13

Tentukan besar sudut-sudut pada segitiga ABC jika diketahui panjang sisi-sisinya sebagai berikut:

$$a. a = 2 \text{ cm}, b = 2\sqrt{3} \text{ cm}, \text{ dan } c = 4 \text{ cm}$$

$$b. a = 6 \text{ cm}, b = 8 \text{ cm}, \text{ dan } c = 10 \text{ cm}$$

Jawab:

$$a. \cos C = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2 \cdot b \cdot c}$$

$$= \frac{(2\sqrt{3})^2 + 4^2 - 2^2}{2 \times 2\sqrt{3} \times 4} = \frac{12 + 16 - 4}{16\sqrt{3}} = \frac{3}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{2}\sqrt{3}$$

Jadi, besar $\angle A = 30^\circ$.

$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2 \cdot a \cdot c} = \frac{2^2 + 4^2 - (2\sqrt{3})^2}{2 \times 2\sqrt{3} \times 4} = \frac{4 + 16 - 12}{16} = \frac{1}{2}$$

Jadi, besar $\angle B = 60^\circ$.

Besar $\angle C = 180^\circ - (30^\circ + 60^\circ) = 90^\circ$

$$\begin{aligned} b. \cos A &= \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2 \cdot b \cdot c} \\ &= \frac{8^2 + 10^2 - 6^2}{2 \times 8 \times 10} = \frac{64 + 100 - 36}{160} = 0,8 \end{aligned}$$

Jadi, besar $\angle A = 36,87^\circ$.

$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2 \cdot a \cdot c} = \frac{6^2 + 10^2 - 8^2}{2 \times 6 \times 10} = \frac{36 + 100 - 64}{120} = 0,6$$

Jadi, besar $\angle B = 53,13^\circ$.

$$\text{Besar } \angle C = 180^\circ - (36,87^\circ + 53,13^\circ) = 90^\circ$$

Latihan 4.3

1. Tentukan unsur-unsur yang belum diketahui pada segitiga ABC jika diketahui:
 - a. $\angle A = 45^\circ$, $\angle B = 60^\circ$, dan $c = 20 \text{ cm}$
 - b. $\angle A = 70^\circ$, $\angle C = 50^\circ$, dan $b = 30 \text{ cm}$
 - c. $\angle B = 60^\circ$, $\angle C = 30^\circ$, dan $a = 10 \text{ cm}$
 - d. $\angle A = 80^\circ$, $a = 30 \text{ cm}$, dan $b = 20 \text{ cm}$
 - e. $\angle B = 50^\circ$, $b = 10 \text{ cm}$, dan $c = 6 \text{ cm}$
 - f. $\angle C = 40^\circ$, $c = 4 \text{ cm}$, dan $a = 5 \text{ cm}$
2. Diketahui segitiga ABC dengan besar $\angle A = 50^\circ$, $\angle B = 60^\circ$, dan sisi $c = 16 \text{ cm}$. Tentukan:
 - a. $\angle C$
 - b. panjang sisi a dan b
3. Diketahui segitiga ABC dengan besar $\angle B = 40^\circ$, sisi $AC = 16 \text{ cm}$, dan sisi $AB = 18 \text{ cm}$. Tentukan:
 - a. $\angle C$ dan $\angle A$
 - b. panjang sisi BC
4. Tentukan panjang sisi ketiga dari segitiga ABC jika diketahui:
 - a. $b = 10 \text{ cm}$, $c = 12 \text{ cm}$, dan $\angle A = 60^\circ$
 - b. $a = 5 \text{ cm}$, $b = 8 \text{ cm}$, dan $\angle C = 45^\circ$
 - c. $a = 20 \text{ cm}$, $c = 25 \text{ cm}$, dan $\angle B = 30^\circ$
5. Tentukan sudut-sudut segitiga berikut ini jika diketahui:
 - a. $a = 3 \text{ cm}$, $b = 4 \text{ cm}$, dan $c = 5 \text{ cm}$
 - b. $a = 3 \text{ cm}$, $b = 3 \text{ cm}$, dan $c = 3\sqrt{2} \text{ cm}$
 - c. $a = 10 \text{ cm}$, $b = 10\sqrt{3} \text{ cm}$, dan $c = 20 \text{ cm}$
6. Tiga mesin produksi A , B , dan C ditempatkan pada suatu pabrik dengan ketentuan sebagai berikut. Jarak mesin B dan C adalah 5 m , sudut yang dibentuk oleh mesin $ABC = 40^\circ$, dan sudut $BCA = 60^\circ$. Tentukan jarak mesin A ke mesin B dan jarak mesin A ke mesin C .



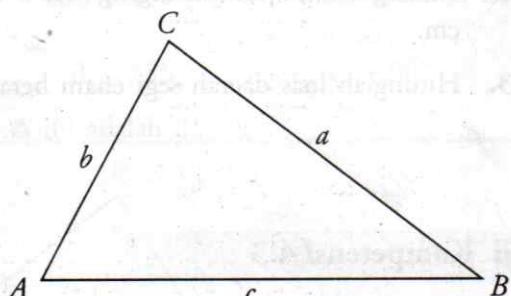
3. Luas Daerah Segitiga

Untuk setiap segitiga ABC seperti pada Gambar 4.7, berlaku rumus luas daerah segitiga ABC sebagai berikut:

$$\text{Luas } \Delta ABC = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin C$$

$$\text{Luas } \Delta ABC = \frac{1}{2} \cdot a \cdot c \cdot \sin B$$

$$\text{Luas } \Delta ABC = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin A$$



Gambar 4.7
Segitiga ABC.

Contoh 4.14

Hitunglah luas daerah segitiga ABC jika diketahui $a = 12$ cm, $b = 10$ cm, dan $\angle C = 30^\circ$.

Jawab:

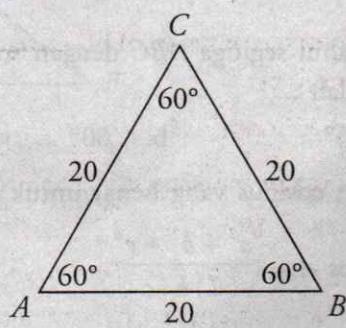
$$\begin{aligned}\text{Luas } \Delta ABC &= \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin C \\ &= \frac{1}{2} \times 12 \times 10 \times \sin 30^\circ \\ &= \frac{1}{2} \times 12 \times 10 \times \frac{1}{2} \\ &= 30 \text{ cm}^2\end{aligned}$$

Contoh 4.15

Hitunglah luas daerah segitiga ABC sama sisi dengan panjang sisi = 20 cm.

Jawab:

$$\begin{aligned}\text{Luas } \Delta ABC &= \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin C \\ &= \frac{1}{2} \times 20 \times 20 \times \sin 60^\circ \\ &= \frac{1}{2} \times 20 \times 20 \times \frac{1}{2}\sqrt{3} \\ &= 100\sqrt{3} \text{ cm}^2\end{aligned}$$



Latihan 4.4

1. Hitunglah luas daerah setiap segitiga ABC jika diketahui:
 - a. $a = 6$ cm, $b = 8$ cm, dan sudut $C = 90^\circ$
 - b. $a = 30$ cm, $c = 30\sqrt{2}$ cm, dan sudut $B = 45^\circ$
 - c. $b = 10\sqrt{3}$ cm, $c = 20$ cm, dan sudut $A = 30^\circ$
 - d. $a = 20$ cm, $b = 40$ cm, dan sudut $C = 60^\circ$

2. Hitunglah luas daerah segitiga ABC siku-siku sama kaki dengan panjang sisi siku-sikunya 12 cm.
3. Hitunglah luas daerah segi enam beraturan dengan panjang sisinya 5 cm.

Uji Kompetensi 4.3

Pilihlah satu jawaban yang paling tepat untuk setiap soal berikut.

1. Aturan sinus yang benar untuk segitiga PQR pada gambar di bawah ini adalah

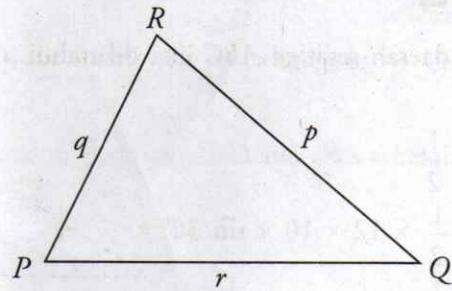
a. $\frac{p}{\sin Q} = \frac{q}{\sin R}$

b. $\frac{p}{\sin R} = \frac{q}{\sin Q}$

c. $\frac{r}{\sin R} = \frac{q}{\sin Q}$

d. $\frac{q}{\sin R} = \frac{r}{\sin Q}$

e. $\frac{p}{\sin R} = \frac{r}{\sin Q}$



2. Diketahui segitiga ABC dengan besar sudut $A = 60^\circ$. Jika sudut $C = 75^\circ$ dan panjang sisi $a = 5\sqrt{6}$ cm, panjang sisi b adalah ... cm.

a. 10 b. 9 c. 8 d. $6\sqrt{3}$ e. $6\sqrt{2}$

3. Diketahui segitiga ABC dengan sudut $B = 30^\circ$. Jika $b = 2$ cm dan $c = 2\sqrt{3}$ cm, maka besar sudut C adalah

a. 75° b. 60° c. 50° d. 45° e. 30°

4. Aturan cosinus yang benar untuk segitiga ABC pada gambar di bawah ini adalah

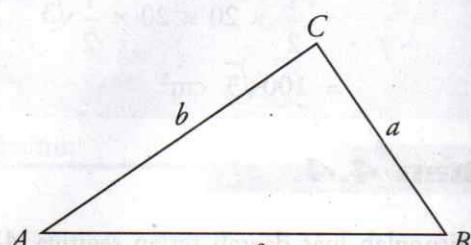
a. $\cos A = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{2 \cdot b \cdot c}$

b. $\cos B = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2 \cdot a \cdot b}$

c. $a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos B$

d. $b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos A$

e. $c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos C$



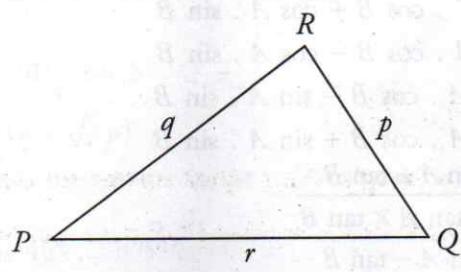
5. Diketahui segitiga ABC dengan sudut $C = 60^\circ$. Jika $a = 10$ cm dan $b = 5$ cm, panjang c adalah ... cm.

a. 4 b. 5 c. 6 d. $5\sqrt{3}$ e. $10\sqrt{3}$

6. Segitiga ABC memiliki panjang sisi $a = 3\sqrt{2}$ cm, $b = 3$ cm, dan $c = 3$ cm. Besar sudut B adalah
- 30°
 - 45°
 - 60°
 - 75°
 - 90°

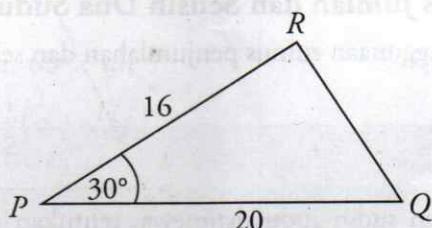
7. Rumus luas daerah segitiga PQR untuk gambar di bawah ini adalah

- $L = 2 \cdot p \cdot q \cdot \sin R$
- $L = 2 \cdot p \cdot r \cdot \sin Q$
- $L = 2 \cdot q \cdot r \cdot \sin P$
- $L = \frac{1}{2} \cdot p \cdot q \cdot \sin R$
- $L = \frac{1}{2} \cdot p \cdot q \cdot \sin P$



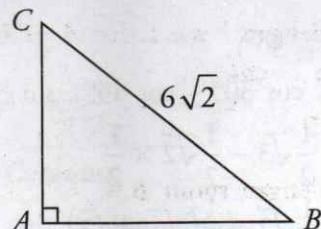
8. Luas daerah segitiga untuk gambar di bawah ini adalah ... cm^2 .

- 40
- 75
- 150
- 160
- 80



9. Luas daerah segitiga ABC siku-siku sama kaki dengan $AB = AC$ seperti pada gambar di bawah ini adalah

- 18 cm^2
- 16 cm^2
- 12 cm^2
- 9 cm^2
- 6 cm^2



10. Luas daerah segi enam beraturan dengan panjang sisi 10 m adalah ... m^2 .

- 120
- 150
- $120\sqrt{2}$
- $120\sqrt{3}$
- $150\sqrt{3}$

D. Rumus dan Persamaan Trigonometri

1. Rumus Trigonometri untuk Jumlah dan Selisih Dua Sudut

Rumus trigonometri untuk jumlah dan selisih dua sudut, yaitu sebagai berikut.

- $\sin(A + B) = \sin A \cdot \cos B + \cos A \cdot \sin B$
- $\sin(A - B) = \sin A \cdot \cos B - \cos A \cdot \sin B$
- $\cos(A + B) = \cos A \cdot \cos B - \sin A \cdot \sin B$
- $\cos(A - B) = \cos A \cdot \cos B + \sin A \cdot \sin B$
- $\tan(A + B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \times \tan B}$
- $\tan(A - B) = \frac{\tan A - \tan B}{1 + \tan A \times \tan B}$

2. Penggunaan Rumus Jumlah dan Selisih Dua Sudut

Untuk mengetahui penggunaan rumus penjumlahan dan selisih dua sudut, marilah kita pelajari Contoh 4.16 dan Contoh 4.17.

Contoh 4.16

Dengan menggunakan sudut-sudut istimewa, tentukan nilai dari:

- $\sin 15^\circ$
- $\cos 75^\circ$
- $\tan 105^\circ$

Jawab:

$$\begin{aligned} \text{a. } \sin 15^\circ &= \sin(45^\circ - 30^\circ) \\ &= \sin 45^\circ \cdot \cos 30^\circ - \cos 45^\circ \cdot \sin 30^\circ \\ &= \frac{1}{2}\sqrt{2} \times \frac{1}{2}\sqrt{3} - \frac{1}{2}\sqrt{2} \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{1}{4}\sqrt{6} - \frac{1}{4}\sqrt{2} = \frac{1}{4}(\sqrt{6} - \sqrt{2}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b. } \cos 75^\circ &= \cos(45^\circ + 30^\circ) \\ &= \cos 45^\circ \cdot \cos 30^\circ - \sin 45^\circ \cdot \sin 30^\circ \\ &= \frac{1}{2}\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2}\sqrt{3} - \frac{1}{2}\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2} \\ &= \frac{1}{4}\sqrt{6} - \frac{1}{4}\sqrt{2} = \frac{1}{4}(\sqrt{6} - \sqrt{2}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c. } \tan 105^\circ &= \tan(60^\circ + 45^\circ) \\ &= \frac{\tan 60^\circ + \tan 45^\circ}{1 - \tan 60^\circ \times \tan 45^\circ} \\ &= \frac{\sqrt{3} + 1}{1 - \sqrt{3} \times 1} = \frac{\sqrt{3} + 1}{1 - \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3} + 1}{1 - \sqrt{3}} \times \frac{1 + \sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}} \\ &= \frac{4 + 2\sqrt{3}}{-2} = -2 - \sqrt{3} \end{aligned}$$

Contoh 4.17

Jika $\sin 5^\circ = p$ dan $\cos 5^\circ = q$, nyatakan soal-soal berikut ini dalam p dan q !

- a. $\sin 35^\circ$ b. $\sin 40^\circ$ c. $\cos 65^\circ$

Jawab:

$$\begin{aligned} \text{a. } \sin 35^\circ &= \sin (30^\circ + 5^\circ) \\ &= \sin 30^\circ \cdot \cos 5^\circ + \cos 30^\circ \cdot \sin 5^\circ \\ &= \frac{1}{2} \times q + \frac{1}{2} \sqrt{3} \times p = \frac{1}{2}(q + \sqrt{3}p) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b. } \sin 40^\circ &= \sin (45^\circ - 5^\circ) \\ &= \cos 45^\circ \cdot \cos 5^\circ - \sin 45^\circ \cdot \sin 5^\circ \\ &= \frac{1}{2}\sqrt{2} \times q - \frac{1}{2}\sqrt{2} \times p = \frac{1}{2}\sqrt{2}(q - p) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c. } \cos 65^\circ &= \cos (60^\circ + 5^\circ) \\ &= \cos 60^\circ \cdot \cos 5^\circ - \sin 60^\circ \cdot \sin 5^\circ \\ &= \frac{1}{2} \times q - \frac{1}{2} \sqrt{3} \times p = \frac{1}{2}(q - \sqrt{3}p) \end{aligned}$$

Contoh 4.18

Buktikan bahwa $\cos A = 1 - 2\sin^2 \frac{1}{2}A$.

Jawab:

$$\begin{aligned} \cos A &= \cos\left(\frac{1}{2}A + \frac{1}{2}A\right) = \cos \frac{1}{2}A \times \cos \frac{1}{2}A - \sin \frac{1}{2}A \times \sin \frac{1}{2}A \\ &= \cos^2 \frac{1}{2}A - \sin^2 \frac{1}{2}A \\ &= 1 - \sin^2 \frac{1}{2}A - \cos^2 \frac{1}{2}A \end{aligned}$$

$$\cos A = 1 - 2\sin^2 \frac{1}{2}A \quad (\text{terbukti})$$

Catatan:

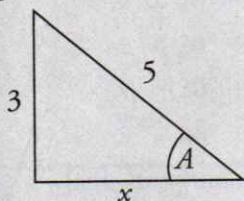
$$\begin{aligned} \cos^2 A + \sin^2 A &= 1 \\ \cos^2 A &= 1 - \sin^2 A \quad \text{atau} \quad \sin^2 A = 1 - \cos^2 A \\ \cos^2 \frac{1}{2}A &= 1 - \sin^2 \frac{1}{2}A \quad \text{atau} \quad \sin^2 \frac{1}{2}A = 1 - \cos^2 \frac{1}{2}A \end{aligned}$$

Contoh 4.19

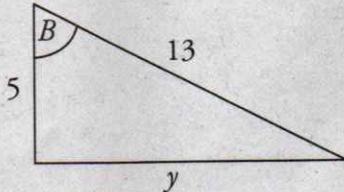
Diketahui $\sin A = \frac{3}{5}$ dan $\cos B = \frac{5}{13}$. Jika A dan B sudut lancip, tentukan:

- a. $\sin(A - B)$ b. $\cos(A + B)$

Jawab:



$$\begin{aligned} x &= \sqrt{5^2 - 3^2} = 4 \\ \cos A &= \frac{4}{5} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} y &= \sqrt{13^2 - 5^2} = 12 \\ \sin B &= \frac{12}{13} \end{aligned}$$

3. Per

a. $\sin(A - B) = \sin A \cdot \cos B - \cos A \cdot \sin B$
 $= \frac{3}{5} \times \frac{5}{13} - \frac{4}{5} \times \frac{12}{13} = \frac{15}{65} - \frac{48}{65} = -\frac{33}{65}$

b. $\cos(A + B) = \cos A \cdot \cos B - \sin A \cdot \sin B$
 $= \frac{4}{5} \times \frac{5}{13} - \frac{3}{5} \times \frac{12}{13} = \frac{20}{65} - \frac{36}{65} = -\frac{16}{65}$

Latihan 4.5

1. Tentukan rumus-rumus trigonometri untuk jumlah dan selisih dua sudut berikut ini:

- | | |
|------------------------|-------------------------|
| a. $\sin(P + Q)^\circ$ | g. $\sin(A + A)^\circ$ |
| b. $\sin(P - Q)^\circ$ | h. $\cos(A + A)^\circ$ |
| c. $\cos(P + Q)^\circ$ | i. $\tan(A + A)^\circ$ |
| d. $\cos(P - Q)^\circ$ | j. $\sin(2A + A)^\circ$ |
| e. $\tan(P + Q)^\circ$ | k. $\cos(2A + A)^\circ$ |
| f. $\tan(P - Q)^\circ$ | l. $\tan(2A + A)^\circ$ |

2. Dengan menggunakan sudut-sudut istimewa, tentukan nilai dari:

- | | |
|--------------------|--------------------|
| a. $\sin 15^\circ$ | d. $\sin 75^\circ$ |
| b. $\cos 15^\circ$ | e. $\cos 75^\circ$ |
| c. $\tan 15^\circ$ | f. $\tan 75^\circ$ |

3. Jika $\tan 3^\circ = p$, nyatakan soal-soal berikut ini dalam p .

- | | |
|--------------------|--------------------|
| a. $\tan 27^\circ$ | d. $\tan 48^\circ$ |
| b. $\tan 33^\circ$ | e. $\tan 57^\circ$ |
| c. $\tan 42^\circ$ | f. $\tan 63^\circ$ |

4. Buktikan sebagai berikut:

- | | |
|--|--|
| a. $\sin 2A = 2 \cdot \sin A \cdot \cos A$ | e. $\tan 2A = \frac{2 \cdot \tan A}{1 - \tan^2 A}$ |
| b. $\cos 2A = \cos^2 A - \sin^2 A$ | f. $\sin 3A = -4 \cdot \sin^3 A + 3 \cdot \sin A$ |
| c. $\cos 2A = 1 - 2 \cdot \sin^2 A$ | g. $\cos 3A = 4 \cdot \cos^3 A - 3 \cdot \cos A$ |
| d. $\cos 2A = 2 \cdot \cos^2 A - 1$ | |

5. Diketahui $\sin A = \frac{8}{17}$ dan $\cos B = \frac{7}{25}$. Jika A dan B sudut lancip, tentukan:

- a. $\sin(A + B)$
- b. $\sin(A - B)$
- c. $\cos(A + B)$
- d. $\cos(A - B)$

3. Persamaan Sinus dan Cosinus

- a. $\sin x = a$
 $\sin x = \sin A$
 $x_1 = A + n \cdot 360^\circ$
 $x_2 = (180^\circ - A) + n \cdot 360^\circ$, untuk $n \in B$

b. $\cos x = a$
 $\cos x = \cos A$
 $x_1 = A + n \cdot 360^\circ$
 $x_2 = -A + n \cdot 360^\circ$, untuk $n \in B$

Contoh 4.20

Tentukan himpunan penyelesaian dari persamaan berikut, untuk $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$.

Jawab:

- $$\begin{aligned} \text{a. } \sin x &= \frac{1}{2} \\ \sin x &= \sin 30^\circ \\ x_1 &= 30^\circ + n \cdot 360^\circ & x_2 &= (180^\circ - 30^\circ) + n \cdot 360^\circ \\ x_1 &= 30^\circ + 0 \times 360^\circ = 30^\circ & x_2 &= 150^\circ + 0 \times 360^\circ = 150^\circ \end{aligned}$$

Jadi, himpunan penyelesaiannya = $\{30^\circ, 150^\circ\}$.

- b. $\cos x = \frac{1}{2}\sqrt{2}$

$$\cos x = \cos 45^\circ$$

$$x_1 = 45^\circ + n \cdot 360^\circ$$

$$x_1 = 45^\circ + 0 \times 360^\circ = 45^\circ$$

$$x_2 = -45^\circ + n \cdot 360^\circ$$

$$x_2 = -45^\circ + 1 \times 360^\circ = 315^\circ$$

Jadi, himpunan penyelesaiannya = $\{45^\circ, 315^\circ\}$.

- c. $2 \cdot \sin 3x = \sqrt{3}$

$$\sin 3x = \frac{1}{2}\sqrt{3}$$

$$\sin 3x = \sin 60^\circ$$

$$3x_1 = 60^\circ + n \cdot 360^\circ$$

$$x_1 = \frac{60^\circ + n \cdot 360^\circ}{3}$$

$$x_1 = 20^\circ + n \cdot 120^\circ$$

$$x_1 = 20^\circ + 0 \times 120^\circ = 20^\circ$$

$$x_1 = 20^\circ + 1 \times 120^\circ = 140^\circ$$

$$x_1 = 20^\circ + 2 \times 120^\circ = 260^\circ$$

$$3x_2 = (180^\circ - 60^\circ) + n \cdot 360^\circ$$

$$3x_2 = 120^\circ + n \cdot 360^\circ$$

$$x_2 = \frac{120^\circ + n \cdot 360^\circ}{3}$$

$$x_2 = 40^\circ + n \cdot 120^\circ$$

$$x_2 = 40^\circ + 0 \times 120^\circ = 40^\circ$$

$$x_2 = 40^\circ + 1 \times 120^\circ = 160^\circ$$

$$x_2 = 40^\circ + 2 \times 120^\circ = 280^\circ$$

Jadi, himpunan penyelesaiannya = $\{20^\circ, 40^\circ, 140^\circ, 160^\circ, 260^\circ, 280^\circ\}$.

$$d. \quad 2 \cdot \cos 3x - 1 = 0$$

$$2 \cdot \cos 3x = 1$$

$$\cos 3x = \frac{1}{2}$$

$$\cos 3x = \cos 60^\circ$$

$$3x_1 = 60^\circ + n \cdot 360^\circ$$

$$x_1 = \frac{60^\circ + n \cdot 360^\circ}{3}$$

$$x_1 = 20^\circ + n \cdot 120^\circ$$

$$x_1 = 20^\circ + 0 \times 120^\circ = 20^\circ$$

$$x_1 = 20^\circ + 1 \times 120^\circ = 140^\circ$$

$$x_1 = 20^\circ + 2 \times 120^\circ = 260^\circ$$

$$3x_2 = -60^\circ + n \cdot 360^\circ$$

$$x_2 = \frac{-60^\circ + n \cdot 360^\circ}{3}$$

$$x_2 = -20^\circ + n \cdot 120^\circ$$

$$x_2 = -20^\circ + 1 \times 120^\circ = 100^\circ$$

$$x_2 = -20^\circ + 2 \times 120^\circ = 220^\circ$$

$$x_2 = -20^\circ + 3 \times 120^\circ = 340^\circ$$

Jadi, himpunan penyelesaian = {20°, 100°, 140°, 220°, 260°, 340°}.

4. Persamaan Trigonometri dalam Bentuk $a \cos x + b \sin x = c$

Persamaan $a \cos x + b \sin x = c$ dapat diselesaikan jika persamaan tersebut diubah ke dalam bentuk $k \cos(x - A)$, dengan $k = \sqrt{a^2 + b^2}$. Jadi,

$$a \cos x + b \sin x = c$$

$$k \cos(x - A) = c$$

$$\cos(x - A) = \frac{c}{k}$$

Karena nilai cosinus terletak dari -1 sampai 1, $-1 \leq \frac{c}{k} \leq 1$ atau $-k \leq c \leq k$.

Jadi, $-\sqrt{a^2 + b^2} \leq c \leq \sqrt{a^2 + b^2}$.

Contoh 4.21

Tentukan himpunan penyelesaian dari persamaan berikut, untuk $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$.

$$a. \quad 6 \cos x + 8 \sin x = 10$$

$$b. \quad 2 \sin x + 2 \cos x - 2 = 0$$

Jawab:

$$a. \quad 6 \cos x + 8 \sin x = 10$$

$$6 \cos x + 8 \sin x = k \cos(x - A)$$

$$a = 6 \text{ dan } b = 8, \text{ maka } k = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$$

$$\tan A = \frac{8}{6} = 1,33 \text{ maka } \angle A = 53,1^\circ$$

$$6 \cos x + 8 \sin x = k \cos(x - A)$$

$$6 \cos x + 8 \sin x = 10 \cos(x - 53,1^\circ)$$

$$10 = 10 \cos(x - 53,1^\circ)$$

$$\cos(x - 53,1^\circ) = 1$$

$$\cos(x - 53,1^\circ) = \cos 0^\circ$$

$$(x - 53,1^\circ) = 0^\circ + k \cdot 360^\circ$$

$$x_1 = 0^\circ + 53,1^\circ + k \cdot 360^\circ = 53,1^\circ + 0 \times 360^\circ = 53,1^\circ$$

$$x_2 = -0^\circ + 53,1^\circ + k \cdot 360^\circ = 53,1^\circ + 0 \times 360^\circ = 53,1^\circ$$

Jadi, himpunan penyelesaiannya = {53,1°}.

b. $2 \sin x + 2 \cos x - 2 = 0$

$$2 \sin x + 2 \cos x = 2$$

$$a = 2 \text{ dan } b = 2, \text{ maka } k = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$$

$$\tan A = \frac{2}{2} = 1, \text{ maka } \angle A = 45^\circ$$

$$2 \sin x + 2 \cos x = 2\sqrt{2} \cdot \cos(x - 45^\circ) = 2$$

$$\cos(x - 45^\circ) = \frac{2}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{2}\sqrt{2}$$

$$\cos(x - 45^\circ) = \cos 45^\circ$$

$$(x - 45^\circ) = 45^\circ + k \cdot 360^\circ$$

$$x_1 = 45^\circ + 45^\circ + 0 \times 360^\circ = 90^\circ$$

$$x_2 = -45^\circ + 45^\circ + 0 \times 360^\circ = 0^\circ \text{ dan } x_2 = -45^\circ + 45^\circ + 1 \times 360^\circ = 360^\circ$$

Jadi, himpunan penyelesaiannya = {0°, 90°, 360°}.

Latihan 4.6

1. Tentukan himpunan penyelesaian dari persamaan berikut untuk $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$.

a. $\sin x = \frac{1}{2}\sqrt{3}$

e. $2 \cdot \sin 2x - 1 = 0$

b. $\sin x = \frac{1}{2}\sqrt{2}$

f. $2 \cdot \sin 2x = \sqrt{3}$

c. $\cos x = \frac{1}{2}$

g. $2 \cdot \cos 2x - 1 = 0$

d. $\cos x = \frac{1}{2}\sqrt{3}$

h. $2 \cdot \cos 2x = \sqrt{3}$

2. Tentukan himpunan penyelesaian dari persamaan berikut untuk $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$.

a. $4 \cdot \sin 3x = 2$

e. $4 \cdot \cos 3x = 2\sqrt{2}$

b. $4 \cdot \sin 3x = 2\sqrt{2}$

f. $4 \cdot \cos 3x = 2\sqrt{3}$

c. $4 \cdot \sin 3x = 2\sqrt{3}$

g. $6 \cdot \sin 5x - 3 = 0$

d. $4 \cdot \cos 3x = 2$

h. $6 \cdot \cos 5x - 3 = 0$

3. Tentukan himpunan penyelesaian dari persamaan berikut, untuk untuk $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$.

a. $4 \cdot \cos x + 2\sqrt{3} \cdot \sin x = 3\sqrt{3}$

d. $2\sqrt{3} \cdot \cos x + 2 \cdot \sin x = 2\sqrt{2}$

b. $12 \cdot \cos x + 9 \cdot \sin x = 15$

e. $5 \cdot \cos x - 12 \cdot \sin x = 13$

c. $2 \cdot \cos x + 2\sqrt{3} \cdot \sin x = 2$