



Sumber: [www.soundon sound.com](http://www.soundon sound.com)

### Tujuan Pembelajaran:

Setelah mempelajari bab ini, anda diharapkan mampu:

1. Mendeskripsikan pernyataan dan bukan pernyataan (kalimat terbuka).
2. Mendeskripsikan ingkaran, konjungsi, disjungsi, implikasi, biimplikasi, dan ingkarannya.
3. Mendeskripsikan invers, konvers, dan kontraposisi.
4. Menerapkan modus ponens, modus tollens, dan prinsip silogisme dalam menarik kesimpulan.

Setiap orang dapat berkomunikasi dengan orang lain menggunakan berbagai macam cara, salah satunya dengan menggunakan simbol-simbol. Demikian juga dengan matematika, simbol sering digunakan untuk menyatakan suatu pernyataan atau kalimat matematika. Pembahasan kali ini akan mempelajari tentang logika matematika.

## A. Pernyataan dan Kalimat Terbuka

### 1. Pengertian Logika Matematika

Matematika merupakan ilmu dasar yang penting dikuasai dan mutlak menggunakan logika dalam menyelesaikannya. Logika adalah ilmu berpikir dan bernalar dengan benar. Logika matematika memberikan dasar bagi sebuah pengambilan kesimpulan yang sah sehingga dapat dihindari makna ganda sebagaimana terjadi dalam bahasa sehari-hari. Logika matematika akan berfaedah dan penting bagi pola berfikir. Kita dapat yakin bahwa suatu penarikan kesimpulan sah atau tidak dengan menggunakan logika matematika. Logika akan memberikan alasan yang kritis terhadap berbagai permasalahan nyata dalam kehidupan sehari-hari.

### 2. Kalimat Terbuka dan Pernyataan

Dalam logika matematika terdapat dua kalimat yang penting, yaitu pernyataan dan kalimat terbuka.

#### a. Kalimat Terbuka

Kalimat terbuka adalah suatu kalimat yang belum dapat diketahui nilai benar atau salahnya. Agar anda lebih memahami tentang kalimat terbuka, perhatikan dengan baik kalimat-kalimat di bawah ini.

- 1) Semoga anda berhasil.
- 2)  $x + 2 = 51$
- 3)  $3x < 9$
- 4) Mudah-mudahan hari ini tidak hujan.

Kalimat-kalimat di atas merupakan kalimat terbuka karena belum dapat ditentukan benar atau salahnya. Kalimat 1) dan 4) belum merupakan pernyataan karena diperlukan penyelidikan dan pengamatan terlebih dahulu dengan keadaan sebenarnya. Kalimat 2) dan 3) merupakan kalimat terbuka matematika. Kalimat terbuka matematika dapat diubah menjadi pernyataan apabila variabelnya diganti dengan suatu bilangan. Pada kalimat 2), jika variabel  $x$  diganti dengan 4, maka kalimat tersebut menjadi pernyataan bernilai salah.

#### b. Pernyataan

Pernyataan adalah kalimat yang bernilai benar atau salah saja, tetapi tidak sekaligus kedua-duanya. Pernyataan bernilai benar jika ada kesesuaian antara apa yang dinyatakan oleh kalimat itu dengan keadaan sebenarnya. Untuk lebih memahami tentang suatu pernyataan, perhatikan contoh kalimat berikut ini.

- 1) Indonesia merdeka pada tanggal 17 Agustus 1945.
- 2) Ir. Soekarno adalah presiden pertama RI.
- 3)  $3 > 5$
- 4) Jakarta adalah ibukota Negara Indonesia.
- 5)  $\sqrt{2}$  adalah bilangan rasional.
- 6) 7 adalah bilangan prima.

Kalimat-kalimat di atas merupakan pernyataan karena kalimat-kalimat tersebut dapat ditentukan benar atau salahnya. Kalimat 1), 2), 4), dan 6) adalah pernyataan bernilai benar. Sebaliknya, kalimat 3) dan 5) adalah pernyataan bernilai salah.



## Latihan 6.1

- Di antara kalimat-kalimat berikut, manakah yang merupakan pernyataan dan manakah yang merupakan kalimat terbuka? Jika pernyataan, tentukan nilai kebenarannya.
  - Semua bilangan prima adalah bilangan genap.
  - Beberapa bilangan genap habis dibagi 5.
  - Setiap bilangan ganjil tidak habis dibagi dua.
  - $3x + 5 = 17$
  - $5x - 9 < 11$
  - 3 adalah bilangan prima.
  - Jumlah sudut sebuah segitiga adalah  $180^\circ$ .
  - Jika  $2x + 5 = 15$ , maka nilai  $x = 5$ .
  - Jika  $3x - 6 < 9$ , maka nilai  $x > 5$ .
  - Tidak benar bahwa  $3 + 7 < 12$ .
- Buatlah masing-masing lima buah contoh tentang:
  - pernyataan bernilai benar
  - pernyataan bernilai salah
  - kalimat terbuka

## Uji Kompetensi 6.1

Pilihlah satu jawaban yang paling tepat untuk setiap soal berikut.

- Perhatikan kalimat-kalimat berikut.
  - Semua bilangan prima adalah ganjil.
  - Ada apa denganmu?
  - 2 adalah bilangan prima.
  - $2x - 3 = 5$

Kalimat di atas yang termasuk pernyataan adalah ....

- i dan ii
  - i dan iii
  - i dan iv
  - ii dan iii
  - ii dan iv
- Diberikan kalimat berikut.
    - $3x - 6 < 0$
    - 3 adalah bilangan ganjil.
    - Semoga anda lulus ujian.
    - Setiap bilangan ganjil habis dibagi dua.

Kalimat di atas yang termasuk pernyataan adalah ....

- i dan iii
  - i dan iv
  - ii dan iii
  - ii dan iv
  - iii dan iv
- Diberikan kalimat berikut.
    - Mudah-mudahan hari ini tidak hujan.
    - Matematika adalah pelajaran yang menyenangkan.
    - $\sqrt{7}$  adalah bilangan rasional.
    - $2 + 3 > 6$

Kalimat di atas yang termasuk pernyataan adalah ....

- a. i dan ii
  - b. i dan iii
  - c. ii dan iii
  - d. ii dan iv
  - e. iii dan iv
4. Perhatikan kalimat berikut ini.
- i. Semoga lekas sembuh.
  - ii. Jumlah sudut sebuah segitiga adalah  $90^\circ$ .
  - iii. Beberapa bilangan genap habis dibagi tiga.
  - iv.  $x^2 - 2x - 3 = 0$

Kalimat di atas yang termasuk pernyataan adalah ....

- a. i dan iii
  - b. i dan iv
  - c. ii dan iii
  - d. ii dan iv
  - e. iii dan iv
5. Perhatikan kalimat di bawah ini.
- i. Jika  $3x - 2 = 7$ , maka  $x = 3$ .
  - ii. Tidak benar bahwa  $3 > 5$ .
  - iii. Jika  $2x - 5 < 1$ , maka  $x > 3$ .
  - iv. Semua bilangan ganjil habis dibagi dua.

Kalimat di atas yang termasuk pernyataan yang benar adalah ....

- a. i dan ii
  - b. i dan iii
  - c. i dan iv
  - d. ii dan iii
  - e. ii dan iv
6. Perhatikan kalimat di bawah ini.
- i. Semua bilangan prima adalah ganjil.
  - ii. Mudah-mudahan lekas sembuh.
  - iii. Semoga anda berbahagia.
  - iv. Beberapa bilangan genap habis dibagi tujuh.

Kalimat di atas yang merupakan kalimat terbuka adalah ....

- a. i dan ii
  - b. i dan iii
  - c. ii dan iii
  - d. ii dan iv
  - e. iii dan iv
7. Perhatikan kalimat berikut.
- i.  $2x + 5 = 6$
  - ii.  $3x - 7 = 5$
  - iii. Jika  $x - 2 = 3$ , maka  $x = 5$ .
  - iv. Jika  $5x + 3 < 8$ , maka  $x > 1$ .

Kalimat di atas yang merupakan kalimat terbuka adalah ....

- a. i dan ii
  - b. i dan iii
  - c. i dan iv
  - d. ii dan iii
  - e. ii dan iv
8. Perhatikan kalimat-kalimat berikut.
- i. Jika  $a < b$  dan  $b < c$ , maka  $a < c$ .
  - ii. Semoga anda beruntung.
  - iii.  $x^2 - 3x - 4 > 0$
  - iv. Jika  $2x - 5 < 3$ , maka  $x < 4$ .

Kalimat di atas yang merupakan kalimat terbuka adalah ....

- a. i dan ii
  - b. i dan iii
  - c. i dan iv
  - d. ii dan iii
  - e. ii dan iv
9. Perhatikan kalimat-kalimat berikut.
- i. Beberapa bilangan genap habis dibagi 9.
  - ii. Ada bilangan prima yang genap.
  - iii.  $x - 2 > 2$
  - iv.  $y + 4 = 5$



Kalimat di atas yang merupakan kalimat terbuka adalah ....

- a. i dan ii
- b. i dan iii
- c. ii dan iii
- d. ii dan iv
- e. iii dan iv

10. Perhatikan kalimat-kalimat berikut.

- i.  $z + 2 = z + 3$
- ii.  $3z - 1 = z + 5$
- iii.  $x^2 - 4x - 5 < 0$
- iv.  $2z - 3 = 3 + 2z$

Kalimat di atas yang merupakan kalimat terbuka adalah ....

- a. i dan ii
- b. i dan iii
- c. i dan iv
- d. ii dan iii
- e. ii dan iv

## B. Kata Hubung Logika

Kalimat majemuk adalah kalimat yang dibentuk dengan menggabungkan dua pernyataan atau lebih. Dua pernyataan dapat digabung menggunakan kata hubung antara lain: dan, atau, jika ... maka ..., ... jika dan hanya jika .... Keempat kata hubung tersebut merupakan kata hubung logika matematika. Sebelum mempelajari kata hubung logika akan dibahas dahulu ingkaran atau negasi dari suatu pernyataan.

### 1. Ingkaran atau Negasi

Ingkaran atau negasi dari pernyataan  $p$  dilambangkan dengan  $\neg p$ . Jika pernyataan  $p$  bernilai benar ( $B$ ) maka  $\neg p$  akan bernilai salah ( $S$ ). Sebaliknya jika  $p$  bernilai salah, maka  $\neg p$  bernilai benar. Dari suatu pernyataan  $p$  dapat dibentuk ingkaran  $p$  dengan menambahkan kata "tidak benar bahwa" di depan pernyataan atau dengan menyisipkan kata "tidak" atau "bukan" di dalam pernyataan. Nilai kebenaran dari ingkaran (negasi) secara umum dapat disajikan dalam tabel berikut.

Tabel 6.1 Tabel Negasi

$p$	$\neg p$
$B$	$S$
$S$	$B$

Agar anda lebih memahami pengertian dari ingkaran (negasi) ini dengan baik, perhatikan contoh berikut ini.

### Contoh 6.1

Tentukan negasi atau ingkaran dari pernyataan berikut ini.

- a.  $p$  : Semua murid kelas I Teknik Industri adalah laki-laki.
- b.  $p$  :  $2 \times 5 = 7$
- c.  $p$  :  $5 > 3$
- d.  $p$  :  $3 \leq 2$
- e.  $p$  : Beberapa harga barang naik menjelang Lebaran.
- f.  $p$  : Ada siswa SMK yang tidak melaksanakan prakerin.
- g.  $p$  : Semua murid mengatakan bahwa pelajaran matematika itu sukar.

Jawab:

- a.  $\neg p$  : Tidak benar bahwa semua murid kelas I Teknik Industri adalah laki-laki, atau  
 $\neg p$  : Beberapa murid kelas I Teknik Industri bukan laki-laki, atau  
 $\neg p$  : Ada murid kelas I Teknik Industri yang bukan laki-laki.
- b.  $\neg p$  : Tidak benar bahwa  $2 \times 5 = 7$ , atau  
 $\neg p$  :  $2 \times 5 \neq 7$ .
- c.  $\neg p$  :  $5 \leq 3$

- d.  $-p : 3 > 2$
- e.  $-p$  : Semua harga barang *tidak* naik menjelang Lebaran, atau  
 $-p$  : *Tidak benar* bahwa ada harga barang yang naik menjelang Lebaran.
- f.  $-p$  : *Tidak benar* bahwa ada siswa SMK yang tidak melaksanakan prakerin, atau  
 $-p$  : *Semua* siswa SMK melaksanakan prakerin.
- g.  $-p$  : *Tidak benar* bahwa semua murid mengatakan bahwa pelajaran matematika itu sukar, atau  
 $-p$  : *Beberapa* murid mengatakan bahwa pelajaran matematika itu *tidak* sukar, atau  
 $-p$  : *Ada* murid yang mengatakan bahwa pelajaran matematika itu *tidak* sukar.

## 2. Konjungsi

Dua pernyataan  $p$  dan  $q$  dapat digabung dengan memakai kata hubung "dan" sehingga membentuk suatu pernyataan majemuk yang disebut konjungsi. Konjungsi dari  $p$  dan  $q$  dituliskan dengan notasi  $p \wedge q$  dibaca " $p$  dan  $q$ ". Secara umum, nilai kebenaran konjungsi dari  $p$  dan  $q$  dapat disajikan dalam tabel berikut.

Tabel 6.2 Tabel Konjungsi

$p$	$q$	$p \wedge q$
B	B	B
B	S	S
S	B	S
S	S	S

### Contoh 6.2

Tentukan nilai kebenaran dari pernyataan-pertanyaan berikut.

- a.  $3 \times 4 = 12$  dan 9 adalah bilangan ganjil.
- b. 2 adalah bilangan prima dan  $3 \times 3 = 6$ .
- c.  $2 \times 3 = 5$  dan 5 adalah bilangan cacah.
- d. 9 adalah bilangan prima dan 9 bilangan genap.

**Jawab:**

- a.  $3 \times 4 = 12$  (benar)  
 9 adalah bilangan ganjil (benar)  
 Jadi, pernyataan " $3 \times 4 = 12$  dan 9 adalah bilangan ganjil" bernilai benar.
- b. 2 adalah bilangan prima (benar)  
 $3 \times 3 = 6$  (salah)  
 Jadi, pernyataan "2 adalah bilangan prima dan  $3 \times 3 = 6$ " bernilai salah.
- c.  $2 \times 3 = 5$  (salah)  
 5 adalah bilangan cacah (benar)  
 Jadi, pernyataan " $2 \times 3 = 5$  dan 5 adalah bilangan cacah" bernilai salah.
- d. 9 adalah bilangan prima (salah)  
 9 bilangan genap (salah)  
 Jadi, pernyataan "9 adalah bilangan prima dan 9 bilangan genap" bernilai salah.



3. D

"atau"  
 Disjungi  
 $p \vee q$   
 salah  
 benar  
 diperin

Co

Tem

a.

b.

Jaw

a.

b.

4. In

Ji

hubung

terbena

$q$  yang

maka  $q$

pernyata

Nilai k

Co

Tem

a.

b.

c.

d.

### 3. Disjungsi

Jika pernyataan  $p$  dan  $q$  digabung menggunakan kata hubung "atau", maka pernyataan majemuk yang terbentuk disebut disjungsi. Disjungsi dari pernyataan  $p$  atau  $q$  dinyatakan dengan lambang  $p \vee q$  dibaca " $p$  atau  $q$ ". Disjungsi dari dua pernyataan bernilai salah jika dan hanya jika keduanya salah, selain itu bernilai benar. Secara umum nilai kebenaran dari disjungsi dari  $p$  dan  $q$  diperlihatkan dalam tabel berikut.

Tabel 6.3 Tabel Disjungsi

$p$	$q$	$p \vee q$
$B$	$B$	$B$
$B$	$S$	$B$
$S$	$B$	$B$
$S$	$S$	$S$

#### Contoh 6.3

Tentukan nilai  $x$  agar tiap kalimat berikut ini menjadi pernyataan yang benar.

- $2x - 3 = x + 2$  atau 2 bilangan ganjil.
- $x^2 - 9 = 0$  atau  $3 + 3 = 9$

Jawab:

- 2 bilangan ganjil adalah pernyataan bernilai salah. Agar kalimat menjadi disjungsi yang benar, maka kalimat terbuka  $2x - 3 = x + 2$  harus benar, sehingga:

$$2x - 3 = x + 2$$

$$\Leftrightarrow 2x - x = 2 + 3$$

$$\Leftrightarrow x = 5$$

Jadi, nilai  $x = 5$ .

- Karena  $3 + 3 = 9$  salah, maka  $x^2 - 9 = 0$  harus benar agar kalimat majemuk menjadi disjungsi yang benar sehingga:

$$x^2 - 9 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x + 3)(x - 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow x + 3 = 0 \text{ atau } x - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -3 \text{ atau } x = 3$$

Jadi, nilai  $x = -3$  atau  $x = 3$ .

### 4. Implikasi

Jika pernyataan  $p$  dan  $q$  digabungkan menggunakan kata hubung "jika ... maka ...", maka pernyataan majemuk yang terbentuk disebut implikasi. Implikasi dari pernyataan  $p$  terhadap  $q$  yang dilambangkan oleh  $p \Rightarrow q$  dibaca "jika  $p$  maka  $q$ ". Jika  $p$  maka  $q$  akan bernilai salah jika pernyataan  $p$  bernilai benar dan pernyataan  $q$  bernilai salah. Selain itu, implikasi bernilai benar. Nilai kebenaran implikasi disajikan pada tabel di bawah ini.

Tabel 6.4 Tabel Implikasi

$p$	$q$	$p \Rightarrow q$
$B$	$B$	$B$
$B$	$S$	$S$
$S$	$B$	$B$
$S$	$S$	$B$

#### Contoh 6.4

Tentukan nilai kebenaran dari pernyataan di bawah ini.

- Jika  $x = 3$ , maka  $x^2 = 9$ .
- Jika  $ABCD$  persegi, maka diagonal  $AC \neq BD$ .
- Jika pelabuhan Merak terletak di Jakarta, maka Bogor terletak di Jawa Barat.
- Jika  $120^\circ$  adalah sudut lancip, maka  $30^\circ$  sudut tumpul.

**Jawab:**

- a. Himpunan penyelesaian dari  $x = 3$  adalah  $\{3\}$ .  
Himpunan penyelesaian dari  $x^2 = 9$  adalah  $\{-3, 3\}$   
Karena  $\{3\}$  merupakan himpunan bagian dari  $\{-3, 3\}$ , maka implikasi "jika  $x = 3$ , maka  $x^2 = 9$ " bernilai benar.
- b.  $p$  :  $ABCD$  persegi (benar)  
 $q$  : diagonal  $AC \neq BD$  (salah)  
Jadi, implikasi  $p \Rightarrow q$  bernilai salah.
- c.  $p$  : pelabuhan Merak terletak di Jakarta (salah)  
 $q$  : Bogor terletak di Jawa Barat (benar)  
Jadi, implikasi  $p \Rightarrow q$  bernilai benar.
- d.  $p$  :  $120^\circ$  adalah sudut lancip (salah)  
 $q$  :  $30^\circ$  sudut tumpul (salah)  
Jadi, implikasi  $p \Rightarrow q$  bernilai benar.

**5. Biimplikasi**

Jika pernyataan  $p$  dan  $q$  digabung menggunakan kata hubung "... jika dan hanya jika ...", maka pernyataan majemuk yang terbentuk disebut biimplikasi. Biimplikasi dilambangkan dengan  $p \Leftrightarrow q$  dibaca "p jika dan hanya jika q". Biimplikasi bernilai benar jika  $p$  dan  $q$  mempunyai nilai kebenaran yang sama, selain itu bernilai salah. Nilai kebenaran biimplikasi disajikan oleh tabel berikut.

**Tabel 6.5** Tabel Biimplikasi

$p$	$q$	$p \Leftrightarrow q$
$B$	$B$	$B$
$B$	$S$	$S$
$S$	$B$	$S$
$S$	$S$	$B$

**Contoh 6.5**

Tentukan nilai kebenaran dari pernyataan di bawah ini.

- a. Pelabuhan Merak terletak di Banten jika dan hanya jika Bogor terletak di Jawa Barat.
- b.  $120^\circ$  adalah sudut lancip jika dan hanya jika  $30^\circ$  sudut tumpul.

**Jawab:**

- a.  $p$  : Pelabuhan Merak terletak di Banten (benar)  
 $q$  : Bogor terletak di Jawa Barat (benar)  
Jadi, pernyataan  $p \Leftrightarrow q$  bernilai benar.
- b.  $p$  :  $120^\circ$  adalah sudut lancip (salah)  
 $q$  :  $30^\circ$  sudut tumpul (salah)  
Jadi, pernyataan  $p \Leftrightarrow q$  bernilai benar.

**Latihan 6.2**

- 1. Tentukan negasi atau ingkaran dari pernyataan berikut ini.
  - a. Semua kuda mempunyai ekor.
  - b. Semua pemain sepak bola larinya cepat.





- c. Beberapa penerbang adalah wanita.
- d. Tidak ada gading yang tidak retak.
- e. Tidak semua siswa menaati tata tertib sekolah.
- f. Ada gula ada semut.
- g.  $3x + 5 = 8$
- h.  $2x - 3 < 9$
- i.  $x + 7 \geq 0$
- j.  $5x + 1 \neq 4$

2. Tentukan nilai kebenaran dari tiap pernyataan berikut.

- a.  $\sqrt{2}$  adalah bilangan irasional dan  $\sqrt{9} = 3$ .
- b. 5 bilangan rasional dan  $\frac{3}{4}$  bilangan real.
- c.  $2 \times 3 = 5$  atau 5 adalah bilangan ganjil.
- d. 3 faktor dari 6 atau 3 faktor dari 9.
- e. Jika  $2^3 = 8$ , maka  $^2\log 8 = 3$ .
- f. Jika 11 bilangan genap, maka 11 habis dibagi 2.
- g. Sebuah segitiga dikatakan sama sisi jika dan hanya jika besar tiap sudutnya  $60^\circ$ .
- h. 5 adalah bilangan genap jika dan hanya jika 5 habis dibagi 2.

3. Diberikan pernyataan-pernyataan berikut.

$p$  :  $\sqrt{3}$  adalah bilangan irasional

$q$  : 3 adalah bilangan prima

Tentukan nilai kebenaran dari pernyataan berikut.

- a.  $p \wedge \neg q$
- b.  $\neg p \wedge \neg q$
- c.  $p \vee \neg q$
- d.  $\neg p \vee q$
- e.  $p \Rightarrow \neg q$
- f.  $\neg p \Rightarrow q$
- g.  $p \Leftrightarrow q$
- h.  $\neg p \Leftrightarrow \neg q$

4. Tentukan nilai-nilai  $x$  agar tiap kalimat berikut ini menjadi pernyataan bernilai benar.

- a.  $2x - 6 = 2$  dan 7 bilangan prima.
- b.  $x^2 - 4 = 0$  dan 2 bilangan genap.
- c. 3 bilangan ganjil dan  $x^2 - 2x - 3 = 0$ .
- d.  $\sqrt{16} = \pm 4$  dan  $x^2 + 5x + 6 = 0$
- e.  $x^2 - 2x - 15 = 0$  dan  $3x + 5 = 14$

5. Lengkapilah tabel kebenaran berikut ini.

a.

$p$	$q$	$\neg p$	$\neg q$	$\neg(p \wedge q)$	$\neg(p \vee q)$	$\neg p \wedge \neg q$	$\neg p \vee \neg q$
B	B						
B	S						
S	B						
S	S						

b.

$p$	$q$	$\neg p$	$\neg q$	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow p$	$\neg p \Rightarrow \neg q$	$\neg q \Rightarrow \neg p$
B	B						
B	S						
S	B						
S	S						

c.

$p$	$q$	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow p$	$p \Leftrightarrow q$	$(p \Rightarrow q) \Rightarrow (q \Rightarrow p)$
B	B				
B	S				
S	B				
S	S				

## 6. Dua Kalimat Majemuk yang Ekuivalen

Dua kalimat majemuk dikatakan ekuivalen apabila kedua kalimat majemuk itu mempunyai nilai kebenaran yang sama. Ekuivalensi dinotasikan dengan " $\equiv$ ". Untuk lebih memahami kalimat majemuk yang ekuivalen, perhatikan dengan baik contoh berikut ini.

### Contoh 6.6

1. Tunjukkan kebenaran hukum de Morgan berikut ini dengan tabel kebenaran.

a.  $\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$

b.  $\neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$

2. Tunjukkan dengan tabel kebenaran bahwa  $\neg(p \Rightarrow q) \equiv p \wedge \neg q$ .

**Jawab:**

1. Kebenaran hukum tersebut dapat ditunjukkan dalam tabel berikut.

a.

$p$	$q$	$\neg p$	$\neg q$	$p \wedge q$	$\neg(p \wedge q)$	$\neg p \vee \neg q$
B	B	S	S	B	S	S
B	S	S	B	S	B	B
S	B	B	S	S	B	B
S	S	B	B	S	B	B

Pada tabel di atas terlihat bahwa nilai kebenaran pada kolom  $\neg(p \wedge q)$  sama dengan  $\neg p \vee \neg q$ . Jadi,  $\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$ .

b.

$p$	$q$	$\neg p$	$\neg q$	$p \vee q$	$\neg(p \vee q)$	$\neg p \wedge \neg q$
B	B	S	S	B	S	S
B	S	S	B	B	S	S
S	B	B	S	B	S	S
S	S	B	B	S	B	B

Dari tabel di atas terlihat bahwa nilai kebenaran pada kolom  $\neg(p \vee q)$  sama dengan  $\neg p \wedge \neg q$ . Jadi,  $\neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$ .



2. Tabel kebenaran dari  $\neg(p \Rightarrow q)$  dan  $p \wedge \neg q$  ditunjukkan oleh tabel berikut.

$p$	$q$	$\neg q$	$p \Rightarrow q$	$\neg(p \Rightarrow q)$	$p \wedge \neg q$
B	B	S	B	S	S
B	S	B	S	B	B
S	B	S	B	S	S
S	S	B	B	S	S

Dari tabel di atas terlihat bahwa nilai kebenaran pada kolom  $\neg(p \Rightarrow q)$  sama dengan nilai kebenaran  $p \wedge \neg q$ . Jadi,  $\neg(p \Rightarrow q) \equiv p \wedge \neg q$ .

### Latihan 6.3

- Tunjukkan dengan tabel kebenaran bahwa:
  - $p \Rightarrow q \equiv \neg p \vee q$
  - $\neg p \Rightarrow q \equiv p \vee q$
  - $q \Rightarrow p \equiv \neg p \Rightarrow \neg q$
  - $p \Rightarrow q \equiv \neg q \Rightarrow \neg p$
- Tentukan ingkaran dari pernyataan majemuk berikut.
  - Jika saya pegawai negeri, maka saya mendapat gaji.
  - Jika segitiga ABC sama sisi, maka ketiga sudutnya sama besar.
  - Jika saya rajin belajar, maka saya lulus ujian.
  - Jika harga barang naik, maka permintaan berkurang.
  - Jika hari hujan, maka saya memakai jas hujan.

### 7. Konvers, Invers, dan Kontraposisi

Dari sebuah implikasi  $p \Rightarrow q$  dapat disusun pernyataan-pernyataan implikasi baru, yaitu:

- Konvers  
Konvers dari  $p \Rightarrow q$  dirumuskan sebagai  $q \Rightarrow p$
- Invers  
Invers dari  $p \Rightarrow q$  dirumuskan sebagai  $\neg p \Rightarrow \neg q$
- Kontraposisi  
Kontraposisi dari  $p \Rightarrow q$  dirumuskan sebagai  $\neg q \Rightarrow \neg p$

Tabel kebenaran dari empat pernyataan majemuk di atas diberikan dalam tabel berikut ini.

**Tabel 6.6** Tabel Implikasi, Konvers, Invers, dan Kontraposisi

$p$	$q$	$\neg p$	$\neg q$	Implikasi ( $p \Rightarrow q$ )	Konvers ( $q \Rightarrow p$ )	Invers ( $\neg p \Rightarrow \neg q$ )	Kontraposisi ( $\neg q \Rightarrow \neg p$ )
B	B	S	S	B	B	B	B
B	S	S	B	S	B	B	S
S	B	B	S	B	S	S	B
S	S	B	B	B	B	B	B

Dari tabel kebenaran di atas terlihat bahwa:

$$p \Rightarrow q \equiv \neg q \Rightarrow \neg p$$

$$q \Rightarrow p \equiv \neg p \Rightarrow \neg q$$

### Contoh 6.4

Tentukan konvers, invers, dan kontraposisi dari pernyataan "jika  $n$  kelipatan 6, maka  $n$  kelipatan 3".

**Jawab:**

Konvers : Jika  $n$  kelipatan 3, maka  $n$  kelipatan 6.

Invers : Jika  $n$  bukan kelipatan 6, maka  $n$  bukan kelipatan 3.

Kontraposisi : Jika  $n$  bukan kelipatan 3, maka  $n$  bukan kelipatan 6.

### Latihan 6.4

Tentukan konvers, invers, dan kontraposisi dari implikasi berikut ini.

- Jika saya rajin belajar, maka saya pandai.
- Jika saya hidup hemat, maka saya akan kaya.
- Jika ada gula, maka ada semut.
- Jika ada api, maka ada asap.
- Jika ada siang, maka ada malam.
- Jika ada presiden, maka ada negara berbentuk republik.
- Jika ada matahari, maka hari cerah.
- Jika harga BBM naik, maka mahasiswa demo.
- Jika saya seorang karyawan, maka saya akan mendapatkan gaji.
- Jika gaji naik, maka pegawai akan senang.

## Kompetensi 6.2

satu jawaban yang paling tepat untuk setiap soal berikut.

gasi/ingkaran dari pernyataan "Semua guru SMK laki-laki" adalah ....

- a. semua guru SMK perempuan
- b. tidak semua guru SMK laki-laki
- c. guru SMK laki-laki
- d. setiap laki-laki adalah guru SMK
- e. setiap guru SMK adalah perempuan

a  $p$  benar dan  $q$  salah, pernyataan berikut ini yang benar adalah ....

- a.  $p \wedge \neg q$
- b.  $\neg p \wedge q$
- c.  $p \wedge q$
- d.  $q \wedge p$
- e.  $\neg q \wedge \neg p$

a  $p$  salah dan  $q$  benar, pernyataan berikut ini yang salah adalah ....

- a.  $p \wedge q$
- b.  $\neg p \wedge q$
- c.  $p \vee q$
- d.  $q \wedge \neg p$
- e.  $q \vee p$

nyataan berikut ini yang salah adalah ....

- a. jika  $2^5 = 32$ , maka  ${}^2\log 32 = 5$
- b. jika 3 bilangan genap, maka 2 bilangan prima
- c. jika 3 dan 5 bilangan prima, maka  $3 + 5$  bilangan prima
- d. jika  $x = 5$ , maka  $x^2 = 25$
- e. jika  $110^\circ$  sudut lancip, maka  $60^\circ$  sudut tumpul

nyataan berikut ini yang benar adalah ....

- a.  $x = 5$  jika dan hanya jika  $2x = 8$
- b.  $ABC$  segitiga sama sisi jika dan hanya jika jumlah ketiga sudutnya  $90^\circ$
- c.  $ABCD$  persegi jika dan hanya jika salah satu sudutnya  $60^\circ$
- d.  $90^\circ$  sudut siku-siku jika dan hanya jika  $75^\circ$  sudut tumpul
- e. 3 adalah bilangan genap jika dan hanya jika 2 bilangan ganjil

dua pernyataan berikut ini adalah setara, kecuali ....

- a.  $\neg(p \wedge q)$  dengan  $\neg p \vee \neg q$
- b.  $\neg(p \vee q)$  dengan  $\neg p \wedge \neg q$
- c.  $\neg(p \Rightarrow q)$  dengan  $p \wedge \neg q$
- d.  $p \Rightarrow q$  dengan  $\neg q \Rightarrow \neg p$
- e.  $p \Rightarrow q$  dengan  $\neg p \Rightarrow \neg q$

vers dari pernyataan "jika  $2 < 3$ , maka  $3 < 4$ " adalah ....

- a. jika  $3 < 4$ , maka  $2 < 3$
- b. jika  $3 > 4$ , maka  $2 < 3$
- c. jika  $3 < 4$ , maka  $2 > 3$
- d. jika  $3 \leq 4$ , maka  $2 \leq 3$
- e. jika  $2 \geq 3$ , maka  $3 \geq 4$

ers dari kalimat "Jika harga beras naik, maka petani senang" adalah ....

- a. jika petani senang, maka harga beras naik
- b. jika petani tidak senang, maka harga beras naik
- c. jika petani tidak senang, maka harga beras tidak naik
- d. jika harga beras tidak naik, maka petani tidak senang
- e. harga beras naik, petani tidak senang

9. Kontraposisi dari kalimat "jika ada orang kaya, maka ada orang miskin" adalah ....
- jika tidak ada orang kaya, maka tidak ada orang miskin
  - jika ada orang miskin, maka ada orang kaya
  - jika tidak ada orang miskin, maka ada orang kaya
  - jika tidak ada orang kaya, maka ada orang miskin
  - jika tidak ada orang miskin, maka tidak ada orang kaya
10. Negasi dari pernyataan "jika  $3 \times 4 = 12$ , maka 12 adalah bilangan genap" adalah ....
- $3 \times 4 \neq 12$  atau 12 bilangan genap
  - $3 \times 4 = 12$  dan 12 bilangan genap
  - $3 \times 4 = 12$  dan 12 bukan bilangan genap
  - $3 \times 4 = 12$ , maka 12 bilangan ganjil
  - $3 \times 4 = 12$ , maka 12 bilangan prima

### C. Penarikan Kesimpulan

Salah satu penerapan logika matematika adalah pengambilan kesimpulan atau argumentasi berdasarkan beberapa pernyataan yang diasumsikan benar. Asumsi-asumsi ini disebut dengan premis. Dari premis-premis ini dapat dibuktikan suatu pernyataan baru yang bernilai benar dan disebut kesimpulan atau konklusi. Kumpulan dari semua premis disebut argumen. Berikut ini diberikan tiga prinsip penarikan kesimpulan yang sah, yaitu modus ponens, modus tollens, dan silogisme.

#### 1. Modus Ponens

Dalam bentuk implikasi, prinsip modus ponens dapat dinyatakan sebagai berikut.

$$\text{Premis 1 : } p \Rightarrow q$$

$$\text{Premis 2 : } p$$

$$\text{Konklusi : } q$$

#### 2. Modus Tollens

Dalam bentuk implikasi, prinsip modus tollens dapat dinyatakan sebagai berikut.

$$\text{Premis 1 : } p \Rightarrow q$$

$$\text{Premis 2 : } \neg q$$

$$\text{Konklusi : } \neg p$$

#### 3. Silogisme

Dalam bentuk implikasi, prinsip silogisme dapat dinyatakan sebagai berikut.

$$\text{Premis 1 : } p \Rightarrow q$$

$$\text{Premis 2 : } q \Rightarrow r$$

$$\text{Konklusi : } p \Rightarrow r$$

Agar anda lebih memahami mengenai modus ponens, modus tollens, dan silogisme ini, perhatikan contoh penarikan kesimpulan berikut ini.

